

BREVET DES COLLEGES

Série générale

Épreuve :

MATHÉMATIQUES

Session de juin 2019

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

PROPOSITION DE CORRIGÉ

Exercice 1 :

1) $69 = 3 * 23$; $1\ 150 = 115 * 10 = 2 * 5^2 * 23$ et

$4\ 140 = 414 * 10 = 2 * 207 * 5 * 2 = 2^2 * 3^2 * 5 * 23$

2) Le nombre de marins est un diviseur commun à ces 3 nombres : seul 23 en est un.
 Donc il y a 23 marins dans le navire.

Exercice 2 :

1) On sait que ADM est rectangle en A

Donc $\tan(\widehat{ADM}) = \frac{AM}{AD}$ soit $\tan(60^\circ) = \frac{AM}{2}$ et à l'aide de la calculatrice :

$AM = 2 * \tan(60^\circ) \approx \underline{\underline{3,46\text{ m}}}$.

2) La proportion de la plaque qui n'est pas utilisée est donnée par le rapport :

$\frac{\text{aire}(MBCN)}{\text{aire}(ABCD)} \approx \frac{(4-3,46)*2}{4*2} = \frac{0,64}{4} \approx \underline{\underline{0,14}}$ (soit environ 14%).

3) Les 3 triangles sont bien semblables car avec trois angles égaux :
 un angle droit

un angle de 60° ($\widehat{ADM} = \widehat{PND} = \widehat{PMN}$)

un angle de 30° ($\widehat{AMD} = \widehat{PDN} = \widehat{PNM}$), ce qu'on obtient avec des angles complémentaires dans un triangle rectangle.

(NB : Deux angles égaux suffisent, car le 3è est alors forcément le même pour les 3 triangles).

4) Le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD est :

$\frac{DM}{DN} = \frac{1}{\cos(\widehat{NDM})} \frac{1}{\cos(30^\circ)} \approx 1,15$ car $\cos(\widehat{NDM}) = \frac{DN}{DM}$

ce qui est bien plus petit que 1,5.

Exercice 3 :

1) a. Le sable remplit le cylindre C_2 aux deux tiers soit sur une hauteur de $\frac{2}{3} * 4,2 = 2,8$ cm
 Le volume du sable est alors $\pi * 0,75^2 * 2,8$ soit environ $4,95\text{ cm}^3$.

b. Le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur est alors $4,95 / 1,98 = 2,5$ min soit **2 min 30 s**.

2) a. **40 tests** ont été réalisés au total.

b. **Le sablier sera bien mis en vente** car il vérifie les trois conditions :

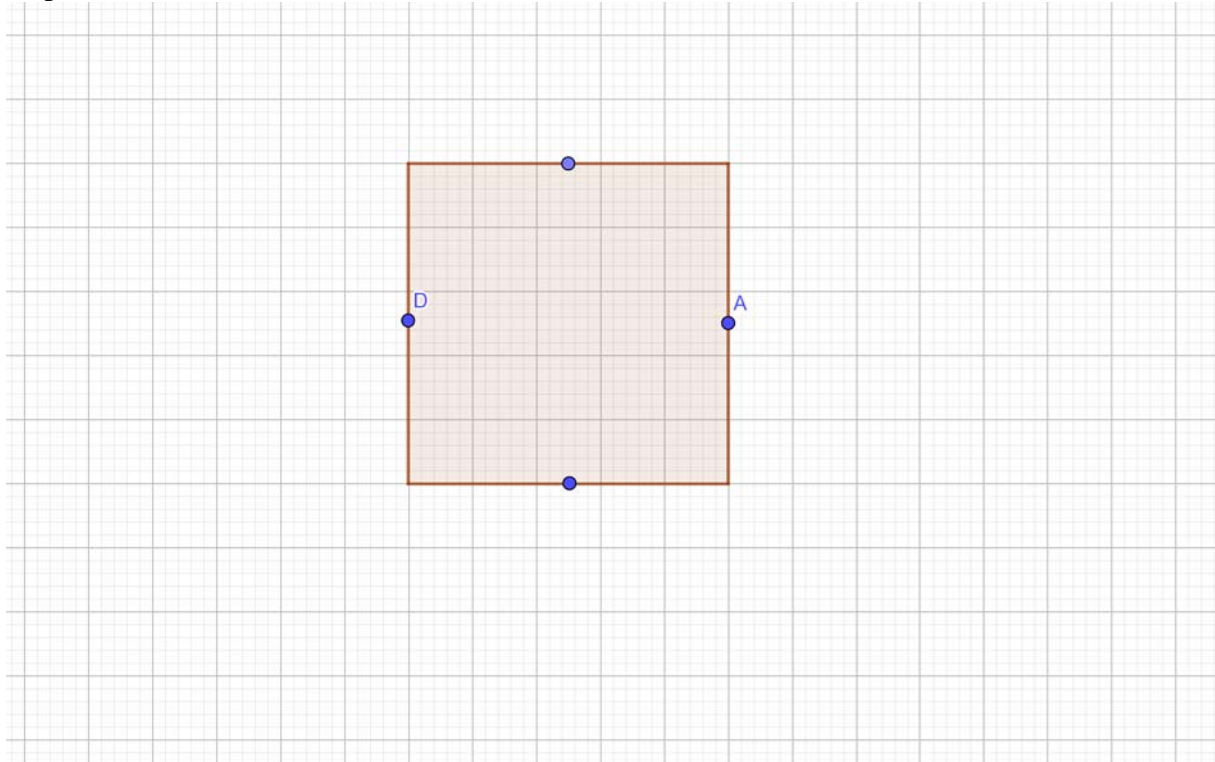
* L'étendue des temps est de 16s donc inférieure à 20 s

* La médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s (entre la 20^e et la 21^e valeur)

* La moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s
 (elle est de 2min et 30,1 s quand on fait la moyenne des temps en secondes – il est inutile de prendre les 2 min car toutes les valeurs commencent ainsi)

Exercice 4 :

1) En prenant 1 cm pour 2 pixels, la figure obtenue si on exécute le script Carré est un carré de 5cm de côté : D est le point de départ et A est le point d'arrivée, les autres points marqués étant ceux où on se trouve à chaque étape intermédiaire (on fait le tour par le haut, on revient au point D et on avance ensuite de 10 vers A)



2) Le dessin A correspond au script 2 et le dessin B correspond au script 1 (alternance carré - tiret 23 fois)

3) a) La probabilité que le premier élément tracé soit un carré est $1/2$.

b) La probabilité que les deux premiers éléments soient des carrés est $1/4$ (en faisant un arbre, il y a 4 issues possibles)

4) On doit rajouter avant la ligne 7 les instructions suivantes :

si nombre aléatoire entre 1 et 2 = 1 alors

mettre la couleur du stylo à rouge

sinon

mettre la couleur du stylo à noir

Exercice 5 :

1. on complète les phrases suivantes.

a. Le rectangle 3... est l'image du rectangle 4... par la translation qui transforme C en E.

b. Le rectangle 3 est l'image du rectangle 1... par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c. Le rectangle ABCD est l'image du rectangle ...4 par l'homothétie de centre C... et de rapport 3.

(autre réponse possible : ... l'image du rectangle ...2 par l'homothétie de centre D.)

2. L'aire d'un petit rectangle est : $1,215 / 3^2 = \underline{0,135 \text{ m}^2}$ (le rapport de réduction étant 1/3).

3. Si l est la largeur du rectangle ABCD , alors on a :

$$l * \frac{3}{2} l = 1,215 \text{ soit } l^2 = \frac{2}{3} * 1,215 = 0,81 \text{ et donc } l = 0,9$$

La longueur et la largeur du rectangle ABCD sont donc $l = \underline{0,9 \text{ m}}$ et $L = \frac{3}{2} * 0,9 = \underline{1,35 \text{ m}}$

Exercice 6 :

1. Si on choisit 5 comme nombre de départ,

* Le résultat du programme 1 vaut $3*5 + 1 = 16$.

* Le résultat du programme 2 vaut $(5 - 1)*(5 + 2) = 28$

2. a) $A(x) = 3x + 1$

b) Le nombre x que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du programme 1 est tel que $3x + 1 = 0$, donc $x = \underline{-1/3}$.

3) On a $B(x) = (x - 1)(x + 2) = x^2 + 2x - 1x - 2 = x^2 + x - 2$

4. a. On a $B(x) - A(x) = x^2 + x - 2 - (3x + 1) = x^2 + x - 2 - 3x - 1 = x^2 - 2x - 3$

et $(x + 1)(x - 3) = x^2 - 3x + x - 3 = x^2 - 2x - 3$.

Donc on a bien $B(x) - A(x) = (x + 1)(x - 3)$

b) Les nombres x qu'on doit choisir au départ pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat sont tels que $B(x) - A(x) = (x + 1)(x - 3) = 0$

Alors $(x + 1) = 0$ ou $(x - 3) = 0$, ce qui donne **deux solutions : - 1 et 3.**